

Гироскопик стабилизация ҳаракатидаги орбитал обсерватория турғунлигининг таҳлили

Р.В.Муллажонов, Ш.Н.Абдугаппарова, Ж.В.Мирзаахмедова

2024 у. 25-sentabrda yuborilgan; 2024 у. 10-noyabrda chop etishga qabul qilingan

Аннотация: Ҳар хил системалар динамик хоссаларини текширишда юзага келувчи асосий масалалардан бири тойимаган ҳаракатнинг турғунлиги масаласи ҳисобланади. Мураккаб динамик системалар турғунлигининг етарли шартларини ҳосил қилишда Ляпунов матрица-функция усули энг қулай усуллардан бири ҳисобланади. Мазкур мақолада мураккаб системалардан бири бўлган космик аппарат ҳаракатининг турғунлигини ўрганишда Ляпуновнинг матрица-функция усули ишлатилган. Космик аппарат (КА) ҳаракати турғунлигининг етарли шартлари ҳосил қилинган.

Калит сўз: Ҳаракат турғунлиги, процессия бурчаги, гирокожуа, гироскоп, тойиган ҳаракат.

Аннотация: Одной из основных задач, возникающих при исследовании динамических свойств различных систем, является вопрос устойчивости ненасыщенного движения. Метод матрицы-функции Ляпунова является одним из наиболее удобных методов для создания достаточных условий устойчивости сложных динамических систем. В данной статье для изучения устойчивости движения космического аппарата, являющегося одной из сложных систем, использован матрично-функциональный метод Ляпунова. Созданы достаточные условия устойчивости движения космического аппарата (КА).

Ключевые слова: устойчивость движения, угол процессии, гирокожуа, гироскоп, затуманенное движение.

Annotation: One of the main problems arising in the study of the dynamic properties of various systems is the problem of stability of unsaturated motion. The Lyapunov matrix-function method is one of the most convenient methods for creating sufficient conditions for the stability of complex dynamical systems. In this article, Lyapunov's matrix-function method was used to study the stability of the spacecraft's motion, which is one of the complex systems. Sufficient conditions for the stability of the spacecraft's (SA) motion have been created.

Key words: Stability of motion, angle of procession, gyrocojuа, gyroscope, dormant motion.

Ушбу мақолада Орбитал обсерватория ҳаракати ўрганилган. Қаралаётган механик система мураккаб системалар туркумига киради. Бундай системалар турғунлигини таҳлил қилиш учун Ляпуновнинг скаляр функциясини қуриш ва тадбиқ этиш анча қийинчиликлар туғдиради. Берилган система [1] монографияда Ляпуновнинг вектор функцияси усулида анализ қилинган бўлиб, бир қатор натижалар олинган.

Бу ерда биз Ляпуновнинг матрица — функцияси усулини қўллаб космик аппарат (КА) учун турғунлиқнинг янги етарли шартларини ҳосил қиламиз.

Системанинг математик модели. Космик аппарат (КА) J_1, J_2, J_3 бош марказий инерция моментли каттиқ жисмни ифодалайди, гираскопларни прецессия ўқлари унинг бош ўқлари бўйича йўналган, гиростабилизаторнинг (ГС) элементлари абсолют каттиқ, ҳар бир жуфт гираскоплари айнан тенг ва ўзгармас айланиш тезлигига эга деб фараз қилинади.

Қуйидагича белгилашлар киритамиз [1]:

γ_j — космик аппаратнинг ориентациясини аниқловчи учиш бурчаги,

p_i - космик аппарат бурчак тезлигини ўқдаги проекцияси,

α_i — прецессия бурчаги,

A'_i — ҳар бир гирокожухнинг айланиш ўқиға нисбатан олинган инерция моменти,

β'_i - ҳар бир гироскопнинг прецессия ўқиға нисбатан олинган инерция моменти,

C'_i — ҳар бир гирокожухнинг экваториал инерция моменти,

H'_i — гироскопнинг кинетик моменти.

$A'_i - C'_i$ деб фараз қилиб, «КА+ГС» система учун ҳаракат тенгламасини қуйидаги кўринишда оламиз [1].

$$I_1 \dot{p}_1 + (I_2 + I_3) p_2 p_3 + H_1 \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_1 + H_3 p_2 \sin \alpha_3 + H_2 p_3 \sin \alpha_2 + M_1 + M_{p_1} \quad (123)$$

$$B_i \dot{\alpha}_1 - H_i p_1 \cos \alpha_i + b_i \dot{\alpha}_i = M_{iy} + M_{\alpha i}, \quad i = 1, 2, 3$$

$$\dot{\gamma}_1 = \frac{p_1 \cos \gamma_3 - p_2 \sin \gamma_3}{\cos \gamma_2},$$

$$\dot{\gamma}_2 = p_1 \sin \gamma_3 - p_2 \cos \gamma_3, \quad (1)$$

$$\dot{\gamma}_3 = p_3 + \frac{p_1 \sin \gamma_3 - p_2 \cos \gamma_3}{\cos \gamma_2},$$

Бу ерда (123) белги индексларни циклик алмашувини билдиради

$$I_1 = J_1 + B_2 + A_1 + A_3 \quad (123)$$

$$B_i = 2B'_i, \quad A = 2A', \quad H_i = 2H'_i$$

M_i — (КА) да ҳаракатланувчи қўзалиш моментини ох ўқидаги проекцияси,

M_π — система ёрдамида гироскопларни бўшатишни юзага келтириш моменти, b_i — прецессия ўқидаги ишқаланиш коэффиценти,

M_{yi} — датчик моменти (МД) билан юзага келтирилувчи бошқариш моменти,

$M_{\alpha i}$ — прецессия ўқи бўйлаб қўзғалиш моменти.

Юқоридаги фаразлар ҳақиқий конструкцияда аниқ бажарилмаслиги мумкин, бу (1) системада қўзғовчи факторлар сифатида қўшимча инерцияли, гироскопик ва бошқа моментларни юзага келишига олиб келади. Буларнинг ҳаракатлари қандайдир усул билан

$$M_\pi(\alpha_i(t)) = \begin{cases} 0, & t \in [t_k, \tau_k) \\ -M_\pi^0 \operatorname{sign} \alpha_i(\tau_k), & t \in [\tau_k, t_{k+1}), \quad |\alpha_i(\tau_k)| = \alpha_i^0 \end{cases}$$

бу ерда

α_i^0 — бўшатилиш бошлангандаги эришилган прецессия бурчаги,

τ_k — улаш моменти ($k=0, 1, \dots$)

$t_k = \tau_{k-1} + T_\pi(k+1)$ — бўшатилиш (разгрузка)нинг тугаш вақти,

T_π — ўзгармас микдорлар,

M_π^0 — шундай танланадики, унда $|\alpha_1(t_{k+1})|$ етарлича кичик бўлсин.

M_{yi} — бошқариш моменти γ_i ва $p_i, \dot{\alpha}_i$ лардан олинган ахборотлар асосида шакллантирилади.

$M_i, M_{\alpha i}$ ларнинг ифодаларига қўшилувчи моментларга киритилган ва коникарли баҳоланади деб фараз қилинади. Санаб ўтилганлардан ташқари M_i моментга ташқи кучлар моментлари, реактив моментлар, ГС роторнинг дебалансини юзага келтирувчи моментлар; $M_{\alpha i}$ га эса ишқаланиш моментлари, роторларнинг динамик дебаланси ва МД даги бошқа моментлар киради.

Узоқ вақт давомида КА нинг берилган йўналиши талаб қилинганда ГС бўшатилишини (разгрузка) ҳисобга олиш зарурияти келиб чиқади. Бўшатилиш (разгрузка) қуйидаги қонун бўйича юзага келтирилади деб қабул қилинади.

$$M_{iy} = f_i(\alpha_i)(K_{1i}\gamma_i + K_{2i}p_i) + K_{3i}\dot{\alpha}_i$$

Датчиклардаги реал характеристикаларни ҳисобга олиш билан M_{yi} ни қуйидаги тенгламалардан аниқлаш мумкин

$$T_i \dot{M}_{yi} + M_{yi} = F_i(\sigma_i),$$

$$\sigma_i = f_i(\alpha_i)(F_{1i}(\gamma_i) + F_{2i}(p_i)) - F_{3i}(\dot{\alpha}_i)$$

бу ерда $T_i = \Gamma_i$ — паррактларни бошқариш занжиридаги ўзгармас вақт $f_i(\alpha_i) = \sec \alpha_i$ ёки $f_i(\alpha_i) \equiv 1$; $F_i(\sigma_i), F_{ji}(x_i)$ — лар чизиксиз характеристикалар бўлиб,

$$|\gamma_i| \leq \gamma_i^* < \frac{\pi}{2}; \quad |p_i| \leq p_i^*$$

$$|\dot{\alpha}_i| \leq q_i^* = \alpha_i^*, \quad |\alpha_i| \leq \alpha_i^* \leq \frac{\pi}{2} \quad (2)$$

соҳада вақт бўйича бир қийматлимас ўзгаради ва

$$\begin{aligned} |F_{ij}(x_j) - k_{ji}x_j| &\leq x_{ji}^0 \\ \min(\sigma_i^*, \sigma_i - \sigma_i^0) &\leq F_i(\sigma_i) \\ &\leq \max(-\sigma_i^*, \sigma_i + \sigma_i^*) \end{aligned}$$

шартни қаноатлантиради.

$x_{ji}^0(x_{1i}^0 = \gamma_i^*, x_{2i}^0 = p_i^0, x_{3i}^0 = \dot{\alpha}_i^0 = q_i^0)$ микдорлар сезгирлик соҳасида, энг сезгир элементлар сифатидаги шовқунлар, шунингдек сигналларни кучайтиргичлар ва бошқа чизиқсиз характеристикалардан аниқланади. σ_i^0 сезмаслик соҳаси ва бошқа чизиқсиз статистик характеристикалардан аниқланади. σ_i^* датчик моментлари ёки кучайтирувчи қурилмаларни тўйдирилиши билан боғлиқ бўлган микдор.

[1] монографияга асосан қуйидаги белгилашларни киритамиз:

$$x_{1i} = \gamma_i, \quad x_{2i} = p_i, \quad x_{3i} = q_i = \dot{\alpha}_i, \quad x_{4i} = \frac{M_{yi}}{B_i} = u_i;$$

$$\alpha_i = \frac{H_i}{I_i}; a_{ij} = \frac{H_j}{I_i} \quad (i \neq j), \quad \Delta a_1 = (I_3 - I_2)I_1 \quad (123)$$

$$\psi_1 = a_{13}p_2 \sin \alpha_3 - a_{12}p_3 \sin \alpha_2 + \Delta a_1 p_2 p_3 \quad (123)$$

$$\theta_1 = \frac{[p_1(\cos \gamma_3 - \cos \gamma_2) - p_2 \sin \gamma_3]}{\cos \gamma_2}, \quad \theta_2 = p_2(\cos \gamma_3 - 1) + p_1 \sin \gamma_3,$$

$$\begin{aligned} \theta_3 &= (p_2 \sin \gamma_3 - p_1 \cos \gamma_3) \operatorname{tg} \gamma_2; \quad m_i = \frac{M_i}{I_i}; \quad m_{p1} = \frac{M_{ai}}{B_i}, \quad n_{ji} \\ &= \frac{k_{ji}}{(B_i T_i)}; \quad g_i = \frac{H_i}{B_i}, \quad h_i = \frac{b_i}{B_i}, \quad d_i = \frac{1}{T_i}, \quad v_i = \frac{\sigma_i}{(B_i T_i)}, \quad \varphi_i(v_i) \\ &= \frac{F_i(B_i T_i v_i)}{(B_i T_i)} - v_i, \quad r = v_i - f(\alpha_i)(n_{1i} \gamma_i + n_{2i} p_i) + n_{3i} g_i \end{aligned}$$

Бу белгилашларда (1) система қуйидаги кўринишга келади.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1i} &= x_{2i} + \theta_i \\ \dot{x}_{2i} &= -a_i x_{3i} \cos \alpha_i + m_i + m_{pi} - \psi_i \\ \dot{x}_{3i} &= -h_i x_{3i} + g_i x_{2i} \cos \alpha_i + x_{4i} + m_{1i} \\ \dot{x}_{4i} &= -d_i x_{4i} + f_i(\alpha_i)(n_{1i} x_{1i} + n_{2i} x_{2i}) - n_{3i} x_{3i} + r_i + \varphi_i(v_i) \\ \dot{\alpha} &= x_{3i}, \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (3)$$

[3,4] мақолалардаги текшириш методларига мос белгилашларни киритамиз:

$$\begin{aligned} x_j &= (x_{j1}, x_{j2}, x_{j3})^T, \quad j = 1, 2, 3, 4; \quad \alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)^T; \quad \mu_i = \cos \alpha_i; \quad i = 1, 2, 3 \\ \mu_k &= \cos \alpha_{k-3}; \quad k = 4, 5, 6; \quad m = (m_1, m_2, m_3)^T, \\ m_\alpha &= (m_{\alpha 1}, m_{\alpha 2}, m_{\alpha 3})^T, \quad m_P = (m_{P1}, m_{P2}, m_{P3})^T, \end{aligned}$$

$A = \text{diag}(a_1, a_2, a_3)$, $G = \text{diag}(g_1, g_2, g_3)$, $H = \text{diag}(h_1, h_2, h_3)$, $D = \text{diag}(d_1, d_2, d_3)$, $N_i = \text{diag}(n_{i1}, n_{i2}, n_{i3})$, $i = 1, 2, 3$; $M = \text{diag}(\mu_4, \mu_5, \mu_6)$, $f(\alpha) = \text{diag}(f_1(\alpha_1), f_2(\alpha_2), f_3(\alpha_3))$, $r = (r_1 + \varphi_1(v_1), r_2 + \varphi_2(v_2), r_3 + \varphi_3(v_3))^T$,

$$S_1 = \begin{pmatrix} \mu_3 & -\mu'_3 & 0 \\ -\mu_2\mu'_3 & \mu_2\mu'_3 & 0 \\ -\mu_2^2\mu'_3 & \mu_2^2\mu'_3 & \mu_2 \end{pmatrix}; \quad \mu'_3 = \sqrt{1 - \mu_3^2}; \quad S_2 =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & a_{13}\mu'_5 & \Delta a_1 p_2 - a_{12}\mu'_6 \\ \Delta a_2 p_3 - a_{23}\mu'_6 & 0 & a_{21}\mu'_4 \\ a_{32}\mu'_5 & \Delta a_3 p_2 - a_{31}\mu'_4 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mu'_k = \sqrt{1 - \mu_k^2}, \quad k=4,5,6$$

Бу белгилашларда (3) система қуйидаги кўринишга келади

$$\begin{aligned} \mu_2 \dot{x}_1 &= S_1 x_2 \\ \dot{x}_2 &= -S_2 x_2 - M A x_3 + m + m_P \\ \dot{x}_3 &= -H x_3 + M G x_2 + x_4 + m_\alpha \\ \dot{x}_4 &= -D x_4 + f(\alpha)(N_1 x_1 + N_2 x_2) - N_3 x_3 + r \\ \dot{\alpha} &= x_3 \end{aligned} \quad (4)$$

Бу ерда S_1 , S_2 матрицалар ва μ_j , $j = 1, 2, \dots, 6$ ўзгармаслар (2) соҳада қуйидаги шартларни қаноатлантиради

$$\underline{S}_1 \leq S_1 \leq \bar{S}_1, \quad \underline{S}_2 \leq S_2 \leq \bar{S}_2, \quad \mu_j \in (0, 1]$$

бу ерда

$$\underline{S}_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{S}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\underline{S}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Delta a_1 P_2^* - a_{12} \\ \Delta a_2 P_3^* - a_{23} & 0 & 0 \\ 0 & \Delta a_3 P_1^* - a_{31} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{S}_2 = \begin{pmatrix} 0 & a_{13} & \Delta a_1 P_1^* \\ \Delta a_2 P_3^* & 0 & a_{21} \\ a_{32} & \Delta a_3 P_1^* & 0 \end{pmatrix}$$

Ляпунов матрица функциясини куриш. (4) система учун

$$U(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M) = [v_{ij}(\cdot)], \quad v_{ij} = v_{ji}, \quad i, j = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (5)$$

матрица — функция элементларини куйидаги кўринишда кураимиз.

$$\begin{aligned}
 v_{11}(x_1, \mu_2) &= \mu_2 x_1^T B_{11} x_1, \quad v_{12}(x_1, x_2, \mu_2) = \mu_2 x_1^T B_{12} x_2 \\
 v_{13} &= 0, \quad v_{14}(x_1, x_4, \mu_2, M) = \mu_2 x_1^T B_{14} (M x_2), \\
 v_{15} &= 0, \quad v_{22}(x_2) = x_2^T B_{22} x_2, \quad v_{23}(x_2, x_3) = x_2^T B_{23} x_3 \\
 v_{24}(x_2, x_4, M) &= x_2^T B_{24} (M x_4), \quad v_{25}(x_2, \alpha) = x_2^T B_{25} \alpha \\
 v_{33}(x_3) &= x_3^T B_{33} x_3, \quad v_{34}(x_3, x_4, M) = x_3^T B_{34} (M x_4) \\
 v_{35}(x_3, \alpha) &= x_3^T B_{35} \alpha, \quad v_{44}(x_4, M) = (M x_4)^T B_{44} x_4, \quad v_{45} = 0, \quad v_{55}(\alpha) = \\
 &\alpha^T B_{55} \alpha
 \end{aligned} \tag{6}$$

Бу ерда B_{ii} , $i = 1, 2, 3, 4, 5$ — мусбат аниқланган симметрик матрицалар, $B_{11}, B_{12}, B_{13}, B_{23}, B_{24}, B_{25}, B_{34}, B_{35}$ — ўзгармас матрицалар.

(6) функциялар учун куйидаги баҳолар ўринли

$$\begin{aligned}
 v_2 \lambda_m(B_{11}) \|x_1\|^2 &\leq v_{11}(x_1, \mu) \leq \mu_2 \lambda_M(B_{11}) \|x_1\|^2 \\
 \lambda_m(B_{22}) \|x_2\|^2 &\leq v_{22}(x_2, \mu) \leq \lambda_M(B_{22}) \|x_2\|^2 \\
 \lambda_m(B_{33}) \|x_3\|^2 &\leq v_{33}(x_3, \mu) \leq \lambda_M(B_{33}) \|x_3\|^2 \\
 \underline{\mu} \lambda_m(B_{44}) \|x_4\|^2 &\leq v_{44}(x_4, M) \leq \bar{\mu} \lambda_M(B_{44}) \|x_4\|^2 \\
 -\mu_2 \lambda_m^{\frac{1}{2}}(B_{12} B_{12}^T) \|x_1\| \|x_2\| &\leq v_{12}(x_1, x_2, \mu_2) \leq \mu_2 \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{12} B_{12}^T) \|x_1\| \|x_2\| \\
 -\mu_2 \bar{\mu} \lambda_m^{\frac{1}{2}}(B_{14} B_{14}^T) \|x_1\| \|x_4\| &\leq v_{14}(x_1, x_4, \mu_2, M) \leq \mu_2 \bar{\mu} \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{14} B_{14}^T) \|x_1\| \|x_4\| \\
 -\lambda_m^{\frac{1}{2}}(B_{23} B_{23}^T) \|x_2\| \|x_3\| &\leq v_{23}(x_2, x_3) \leq \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{23} B_{23}^T) \|x_2\| \|x_3\| \\
 -\bar{\mu}_2 \lambda_m^{\frac{1}{2}}(B_{24} B_{24}^T) \|x_2\| \|x_4\| &\leq v_{24}(x_2, x_4) \leq \bar{\mu}_2 \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{24} B_{24}^T) \|x_2\| \|x_4\| \\
 -\lambda_m^{\frac{1}{2}}(B_{25} B_{25}^T) \|x_2\| \|\alpha\| &\leq v_{25}(x_2, \alpha) \leq \mu_2 \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{25} B_{25}^T) \|x_2\| \|\alpha\| \\
 -\bar{\mu}_2 \lambda_m^{\frac{1}{2}}(B_{34} B_{34}^T) \|x_3\| \|x_4\| &\leq v_{34}(x_3, x_4, M) \leq \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{34} B_{34}^T) \|x_3\| \|\alpha\| \\
 -\lambda_m^{\frac{1}{2}}(B_{35} B_{35}^T) \|x_3\| \|\alpha\| &\leq v_{35}(x_3, \alpha) \leq \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{35} B_{35}^T) \|x_3\| \|\alpha\| \\
 -\lambda_m^{\frac{1}{2}}(B_{55} B_{55}^T) \|\alpha\|^2 &\leq v_{55}(\alpha) \leq \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{55} B_{55}^T) \|\alpha\|^2
 \end{aligned} \tag{7}$$

бу ерда $\underline{\mu} = \min(\mu_4, \mu_5, \mu_6)$, $\bar{\mu} = \max(\mu_4, \mu_5, \mu_6)$, $\lambda_m(B_{ii}) - B_{ii}$ матрицанинг минимал хос қиймати, $\lambda_M(B_{ii}) - B_{ii}$ матрицанинг максимал хос қиймати, $i = 1, 2, 3, 4, 5$. $\lambda_m^{\frac{1}{2}}(B_{ij}, B_{ij}^T) - B_{ij}$ — матрица нормаси.

(5) матрица — функция ва $\eta = (1, 1, 1, 1, 1)^T$ ўзгармас вектор ёрдамида куйидаги скаляр функцияни тузамиз.

$$V(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M) = \eta^T U(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M) \eta \quad (8)$$

Агар (5) матрица — функция элементлари (7) шартларни қаноатлантирса, у ҳолда (8) функция учун қуйидаги икки томонлама баҳо ўринли бўлади.

$$u^T \underline{B} u \leq V(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M) \leq u^T \overline{B} u \quad (9)$$

бу ерда

$$u = (\|x_1\|, \|x_2\|, \|x_3\|, \|x_4\|, \|\alpha\|)^T$$

$$\underline{B} = [\underline{b}_{ij}]_{ij=1}^5, \quad \underline{b}_{ij} = \underline{b}_{ji}, \quad \overline{B} = [\overline{b}_{ij}]_{ij=1}^5, \quad \overline{b}_{ij} = \overline{b}_{ji},$$

$$\underline{b}_{11} = \mu_2 \lambda_m(B_{11}), \quad \underline{b}_{22} = \lambda_m(B_{22}), \quad \underline{b}_{33} = \lambda_m(B_{33}), \quad \underline{b}_{44} = \lambda_m(B_{44}), \quad \underline{b}_{55} = \lambda_m(B_{55}),$$

$$\overline{b}_{11} = \mu_2 \lambda_M(B_{11}), \quad \overline{b}_{22} = \lambda_M(B_{22}), \quad \overline{b}_{33} = \lambda_M(B_{33}), \quad \overline{b}_{44} = \lambda_M(B_{44}),$$

$$\overline{b}_{55} = \lambda_M(B_{55}), \quad \overline{b}_{12} = -\underline{b}_{12} = \mu_2 \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{12} B_{12}^T), \quad \overline{b}_{13} = -\underline{b}_{13} = 0, \quad \overline{b}_{14} = -\underline{b}_{14} = \mu_2 \bar{\mu} \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{14} B_{14}^T),$$

$$\overline{b}_{15} = -\underline{b}_{15} = 0, \quad \overline{b}_{23} = -\underline{b}_{23} = \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{23} B_{23}^T), \quad \overline{b}_{24} = -\underline{b}_{24} = \bar{\mu} \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{24} B_{24}^T),$$

$$\overline{b}_{25} = -\underline{b}_{25} = \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{25} B_{25}^T), \quad \overline{b}_{34} = -\underline{b}_{34} = \bar{\mu} \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{34} B_{34}^T), \quad \overline{b}_{35} = -\underline{b}_{35} = \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_{35} B_{35}^T),$$

$$\overline{b}_{45} = -\underline{b}_{45} = 0.$$

Система турғунлигининг етарли шартлари. Система турғунлигининг етарли шартларини ҳосил қилиш учун аввал $\underline{B}$ матрицанинг мусбат аниқланган бўлишлик шартларини аниқлаймиз, сўнгра (4) система ёрдамида (8) функциядан олинган ҳосилани юқоридан баҳолаймиз. Бу баҳолаш қуйидаги кўринишда бўлади.

$$\frac{d}{dt} V(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M) = \sum_{i=1}^5 \frac{dv_{11}}{dt} + 2 \sum_{i=1}^5 \sum_{j=2}^5 \frac{dv_{ii}}{dt} \leq \sum_{i=1}^4 x_i^T K_{ii} x_i + 2 \sum_{i=1}^4 \sum_{j=2}^4 x_i^T K_{ij} x_j + \sum_{i=1}^4 x_i^T K'_{i1} \alpha + \sum_{i=1}^4 x_i^T K'_{i2} (m + m_p) + \sum_{i=1}^4 x_i^T K'_{i3} m_\alpha + \sum_{i=1}^4 x_i^T K'_{i4} r + m_\alpha^T B_{35} \alpha + (m + m_p)^T B_{25} \alpha,$$

бу ерда

$$K_{11} = \mu_2^* (B_{14} N_1 + (B_{14} N_1)^T),$$

$$K_{22} = -\tilde{S}_2^T B_{22} - B_{22} \tilde{S}_2 + B_{12} + B_{23} M^* G + (B_{23} M^* G)^T + B_{24} N_2 + (B_{24} N_2)^T$$

$$K_{33} = -H_2^T B_{33} - B_{33} H - (M^* A)^T B_{23} - B_{23} M^* A - B_{34} M^* N_3 - (B_{34} M^* N_3)^T$$

$$K_{44} = -(M^* D)^T B_{44} M^* D + B_{34} M^* + (B_{34} M^*)^T$$

$$K_{14} = N_1^T B_{44} - \mu_2^* B_{14} M^* D + N_1^T B_{24}^T$$

$$K_{23} = -B_{22} M^* A + (M^* G)^T B_{33} - \tilde{S}_2^T B_{23} - B_{23} H - B_{24} M^* N_3 + N_2^T B_{34} + B_{25}$$

$$K_{24} = B_{33} + N_2^T B_{44} + B_{23} - B_{24} M^* D - \mu_2^* \tilde{S}_2^T B_{14} - \tilde{S}_2 B_{24} M^* + (M^* G)^T B_{34}$$

$$K_{34} = -(M^* N_3)^T B_{44} - (M^* A)^T B_{24} - B_{34} M^* D + H^T B_{34} M^*, \quad K'_{11} = 0$$

$$K'_{21} = 2(\tilde{S}_2^T B_{25} + (M^* G)^T B_{35}), \quad K'_{31} = 2(B_{55} - (M^* A)^T B_{25} - H^T B_{35}),$$

$$K'_{41} = 2B_{35}, \quad K'_{12} = 2\mu_2^* B_{22}, \quad K'_{22} = 2B_{22}, \quad K'_{42} = 2M^* B_{24}^T, \quad K'_{13} = 0,$$

$$K'_{23} = 2B_{23}, \quad K'_{33} = 2B_{33}, \quad K'_{43} = 2M^* B_{34}^T, \quad K'_{14} = 2\mu_2 B_{14} M^*, \quad K'_{24} =$$

$$2B_{24} M^*, \quad K'_{34} = 2B_{34} M^*, \quad K'_{44} = 2B_{44} M^*$$

$$\mu_2^* = \begin{cases} \cos \gamma_2^*, & \text{агар мос кўпайтувчилар манфий бўлса} \\ 1, & \text{агар мос кўпайтувчилар мусбат бўлса} \end{cases}$$

$$M^* = \text{diag}(\mu_4^*, \mu_5^*, \mu_6^*)$$

$$\mu_k^* = \begin{cases} \cos \alpha_{k-3}^*, & \text{агар мос кўпайтувчилар манфий бўлса} \\ 1, & \text{агар мос кўпайтувчилар мусбат бўлса, } k = 4, 5, 6 \end{cases}$$

$$\tilde{S}_1 = \begin{pmatrix} \mu_3^* & -\mu_3^* & 0 \\ -\mu_2^* \mu_3^{*'} & \mu_2^* \mu_3^{*'} & 0 \\ -(\mu_2^*)^2 \mu_3^{*'} & -(\mu_2^*)^2 \mu_3^{*'} & \mu_2^* \end{pmatrix}, \quad \mu_3^{*'} = \sqrt{1 - (\mu_3^*)^2}$$

$$\tilde{S}_2 = \begin{pmatrix} 0 & a_{13} \mu_6^{*'} & \Delta a_1 \bar{P}_2 - a_{12} \mu_5^{*'} \\ \Delta a_1 \bar{P}_3 - a_{23} \mu_6^{*'} & 0 & a_{21} \mu_3^{*'} \\ a_{32} \mu_5^{*'} & \Delta a_3 \bar{P}_1 - a_{31} \mu_4^{*'} & 0 \end{pmatrix}, \quad \mu_k^{*'} =$$

$$= \sqrt{1 - (\mu_k^*)^2}$$

$$\bar{P}_i = \begin{cases} -P_i^*, & \text{агар мос кўпайтувчилар манфий бўлса} \\ P_i^*, & \text{агар мос кўпайтувчилар мусбат бўлса, } \end{cases}$$

Бир қатор ҳисоблашлардан сўнг қуйидагиларга эга бўламиз.

$$\frac{d}{dt} V(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M) \leq w^T K w + \beta_1 \|\alpha\| w + \beta_2 \|m + m_p\| w + \beta_3 \|m_\alpha\| w + \beta_4 \|r\| w +$$

$$\lambda_M^{\frac{1}{2}} (B_{35} B_{35}^T) \|m_\alpha\| \|\alpha\| + \lambda_M^{\frac{1}{2}} (B_{25} B_{25}^T) \|m + m_p\| \|\alpha\|. \quad (10)$$

бу ерда

$$w = (\|x_1\|, \|x_2\|, \|x_3\|, \|x_4\|)^T, \quad K = [\rho_{ij}]_{i,j=1}^4, \quad \rho_{ij} = \rho_{ji}, \quad \rho_{ii} = \lambda_M(K_{ii})$$

$$\rho_{ij} = \lambda_M(K_{ij} K_{ij}^T), \quad i, j = 1, 2, 3, 4, i \neq j, \beta_i = (\beta_{1j}, \beta_{2j}, \beta_{3j}, \beta_{4j})^T, \quad j = 1, 2, 3, 4$$

$\beta_{ij} - K'_{ij}$ - матрицанинг нормаси.

Фараз қилайлик $\|m_\alpha\| \leq \bar{m}_\alpha$, $\|m + m_p\| \leq \bar{m} + \bar{m}_p$, $\|r\| < \bar{r}$ у ҳолда (2) соҳада (10) ифода

$$\frac{d}{dt} V(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M) \leq \lambda_M \|w\|^2 + l \|w\| + f \quad (11)$$

кўринишни олади бу ерда

$$l = \|\beta_1\| \|\alpha^*\| + \|\beta_2\| (\bar{m} + \bar{m}_p) + \|\beta_3\| \bar{m}_\alpha + \|\beta_4\| \bar{r}$$

$$f = \lambda_M^{\frac{1}{2}} (B_{35} B_{35}^T) \|m_\alpha\| \|\alpha\| + \lambda_M^{\frac{1}{2}} (B_{25} B_{25}^T) (\bar{m} + \bar{m}_p) \|\alpha^*\|$$

(11) дан

$$\lambda_M(K) < 0, \quad \|w\| > \frac{l + \sqrt{l^2 + 4f\lambda_M(K)}}{-2\lambda_M(K)} \quad (12)$$

шарт бажарилгандагина $\frac{d}{dt}V(x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \mu_2, M)$ ифода манфий аниқланган бўлади.

Аммо (2) соҳада

$$\|w\| \leq \{\sum_{i=1}^3[(\gamma_i^*)^2 + (P_i^*)^2 + (\rho_i^*)^2 + (U_i^*)^2]\}^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

тенгсизлик бажарилади, бу ерда $U_i^* > |U_i|$, $i = 1, 2, 3$.

Теорема. (4) система учун элементлари (6) кўринишда бўлган (5) ЛМФ тузилган бўлиб, (2) соҳада бу система учун (13) шарт бажарилсин. Агар

$$\lambda_m(\underline{B}) > 0, \quad \lambda_m(K) < 0$$

шарт бажарилиб, w вектор (12) тенгсизликни қаноатлантирса, у ҳолда (4) системанинг тойимаган ҳаракати асимптотик турғун бўлади.

Исбот: $\lambda_m(\underline{B}) > 0$ шартдан (8) скаляр функцияни Ляпунов маъносида мусбат аниқланганлиги келиб чиқади. Агар $\lambda_m(K) < 0$ шарт ва (12) тенгсизлик бажарилса у ҳолда (8) функциядан (4) система бўйича олинган ҳосила манфий аниқланган бўлади.

[2] да кўрсатилганидек бу шартлар (4) система тойимаган ҳаракатини асимптотик турғун бўлиши учун етарлидир.

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати.

1. Абдуллин Р.З., Анапольский Л.Ю. и др. Метод векторных функций Ляпунова в теории устойчивости. — М.: Наука, 1987. — 312 с.

2. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. — М.: Наука, 1967.

3. Мартынюк А.А., Миладжонов В.Г. Об устойчивости крупномасштабных систем при структурных возмущениях. Проблема Б.//Электронное моделирование. — 1992.

4. Мартынюк А.А., Миладжонов В.Г. К теории Устойчивости орбитальной обсерватории при гироскопической стабилизации движения., Прикл. механика. 2000. Том 36, №5.

5. Мартынюк А.А., Миладжонов В.Г. К теории устойчивости орбитальной обсерватории при

гироскопической стабилизации движения., Приют. механика., 2000. Том 36, №5.

6. Меркин Д.Р. Гироскопические системы. — М.: Наука, 1974. — 344 с.

Муаллифлар ҳақида маълумот

Муллажонов Рустамбек Воҳобжонович, АнДДУ, Амалий математика ва механика кафедраси профессори. miladjanovrustambek@gmail.com. Тел: +998947916956

Абдуганпарова Шаҳодатхон Нойибжоновна, АнДДУ, Амалий математика ва механика кафедраси стажёр тадқиқотчиси, shahodatabdugapparova@gmail.com. тел: +998948121385

Мирзаахмедова Жумогул Воҳобжон қизи, Амалий математика ва механика кафедраси катта ўқитувчиси. jumogulmirzaahmedova@gmail.com. тел: +998906228877